ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

PHẠM NGỌC SƠN

NGHIỆM SIÊU HỮU HIỆU CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU VÀ BÀI TOÁN CÂN BẰNG VÉCTƠ

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2015

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

PHẠM NGỌC SƠN

NGHIỆM SIÊU HỮU HIỆU CỦA BÀI TOÁN TỐI ƯU VÀ BÀI TOÁN CÂN BẰNG VÉCTƠ

Chyên nghành: Toán Giải tích
Mã số: 60. 46. 01. 02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. Đỗ Văn Lưu

THÁI NGUYÊN - 2015

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan luận văn là công trình nghiên cứu của riêng tôi, dưới sự hướng dẫn tận tình và chu đáo của PGS.TS. Đỗ Văn Lưu.

Trong khi nghiên cứu luận văn, tôi đã kế thừa thành quả khoa học của các nhà khoa học và đồng nghiệp với sự trân trọng và biết ơn.

Tôi xin chân thành cảm ơn.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2015.

Tác giả

Phạm Ngọc Sơn

LỜI CẢM ƠN

Luận văn này được thực hiện và hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Đỗ Văn Lưu. Qua đây, tôi xin được gửi lời cảm ơn sâu sắc đến thầy giáo, người hướng dẫn của mình, PGS.TS Đỗ Văn Lưu, người thầy đã đưa ra đề tài và tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình nghiên cứu. Đồng thời tôi xin trân trọng bày tỏ lòng biết ơn đến các thầy cô giáo trong Khoa Sau Đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán trường Đại học sư phạm Thái Nguyên, Đại học sư phạm Hà Nội, Viện Toán học Việt Nam đã giảng dạy và giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi xin chân thành cảm ơn Sở Văn hóa Thể thao và Du lịch, Sở Giáo dục và đào tạo tỉnh Hòa Bình, trường Phổ thông Năng khiếu Thể dục Thể thao tỉnh Hòa Bình, gia đình, các bạn bè đồng nghiệp và các thành viên trong lớp cao học Toán K21b đã quan tâm, động viên, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian học tập và quá trình làm luận văn.

Do thời gian ngắn và khối lượng kiến thức lớn, chắc chắn bản luận văn không thể tránh khỏi những thiếu sót, tôi rất mong nhận được sự chỉ bảo tận tình của các thầy cô và bạn bè đồng nghiệp, tôi xin chân thành cảm ơn

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2015.

Tác giả

Phạm Ngọc Sơn

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Bài toán cân bằng vectơ (VEP) được đưa vào nghiên cứu bởi Ansari, Oettli và Schlager [3] và Bianchi, Hadjisavvas và Schaible [4] vào năm 1997.

Gần đây bài toán cân bằng vectơ được nghiên cứu rộng rãi, bởi vì nó bao gồm nhiều bài toán khác, như các trường hợp đặc biệt như: bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ, bài toán tối ưu vectơ trong đó bao gồm tối ưu hóa một tập, bài toán cân bằng Nash vectơ,...

Trong lý thuyết của bài toán cân bằng vectơ cũng như trong lý thuyết tối ưu vectơ người ta thường xét các nghiệm hữu hiệu yếu, nghiệm hữu hiệu Pareto, nghiệm hữu hiệu toàn cục, nghiệm hữu hiệu Henig và nghiệm siêu hữu hiệu. Nghiệm siêu hữu hiệu có nhiều tính chất phong phú và được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu. Zheng – Yang – Teo (2007) đã thiết lập các tính chất đặc trưng cho điểm siêu hữu hiệu trong tối ưu vectơ. Gong (2011) đã chứng minh điều kiện đủ và các tính chất đặc trưng cho nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ. Đây là đề tài được nhiều tác giả trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu. Chính vì thế mà tôi chọn đề tài: " Nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán tối ưu và bài toán cân bằng vectơ ".

2. Mục đích và nhiệm vụ nghiên cứu

Luận văn trình bày các kết quả về các tính chất đặc trưng cho điểm siêu hữu hiệu của một tập đóng của Zheng – Yang – Teo (2007) và các tính chất đặc trưng cho nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ của Gong (2001).

Sử dụng các kết quả của hai bài báo đó để viết luận văn.

3. Phương pháp nghiên cứu

Sử dụng công cụ giải tích hàm, giải tích lồi và các kiến thức của lí thuyết tối ưu.

4. Bố cục luận văn

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1. Tính chất đặc trưng của điểm siêu hữu hiệu của một tập đóng

Trình bày các tính chất đặc trưng của điểm siêu hữu hiệu của một tập đóng trong không gian Banach của Zheng – Yang – Teo ([10], 2007) dưới ngôn ngữ nón pháp tuyến Clarke, trong đó nón thứ tự không phải giả thiết có cơ sở bị chặn. Chú ý rằng bài toán tối ưu hóa một tập là một trường hợp riêng của bài toán cân bằng vectơ.

Chương 2. Tính chất đặc trưng của nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ

Trình bày điều kiện đủ và tính chất đặc trưng cho nghiệm siêu hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ trong không gian Banach của Gong ([7], 2001) bằng cách sử dụng định lí phạm trù Baire.

Chương 1
TÍNH CHẤT ĐẶC TRƯNG CỦA ĐIỂM SIÊU HỮU HIỆU CỦA MỘT TẬP ĐÓNG

Trình bày các tính chất đặc trưng của điểm siêu hữu hiệu của một tập đóng trong không gian Banach dưới ngôn ngữ nón pháp tuyến Clarke, trong đó nón thứ tự không phải giả thiết có cơ sở bị chặn. Các kết quả trình bày trong chương này là của Zheng – Yang – Teo ([10], 2007).

1.1 Một số kiến thức về giải tích Lipschitz

Giả sử X là một không gian Banach và X* là không gian đối ngẫu của X và f là hàm Lipschitz địa phương tại $\bar{x} \in X$.

1.1.1. Định nghĩa

Đạo hàm suy rộng của hàm f theo phương $v\left(\in X\right)$ tại $\bar{x}$, kí hiệu là $f_0\left(\bar{x},v\right)$ được xác định như sau:

$$f^0\left(\bar{x},v\right) = \limsup_{\substack{x\to\bar{x} \\ t\downarrow 0}} \frac{f(y+tv)-(x)}{t} \qquad (1.1)$$

trong đó $x \in X, t > 0$.

1.1.2 Định lí

Giả sử f là hàm Lipschitz địa phương với hằng số Lipschitz K tại x. Khi đó,

(i) Hàm $v \to f^0(x,v)$ hữu hạn , thuần nhất dương, dưới cộng tính trên X và

$$\left|f^0(x;v)\right| \le K\|v\|.$$

(ii) $f^0(x,v)$ nửa liên tục trên theo $\left(x,v\right)$, $f^0\left(x,.\right)$ Lipschitz với hằng số K trên X.

(iii) $f^0(\bar{x};v) = (-f)^0(u,v)$.

Chứng minh:

(i) Do f là Lipschitz địa phương tại với hằng số Lipschitz K, cho nên tồn tại lân cận U của x sao cho với mọi $y,z \in U$,

$$\left| f(y) - f(z) \right| \le K\|y - z\|.$$

Do đó, từ (1.1) ta có

$$\left| f^0(x,v) \right| \le \limsup_{\substack{x\to \bar{x} \\ t\downarrow 0}} \frac{K\|tv\|}{t} = K\|v\|$$

bởi vì với t đủ nhỏ, $y \in U$ thì $y + tv \in U$. Từ đó suy ra tính chất hữu hạn của hàm $f^0(x,.)$. Với $\lambda > 0$, ta có

$$f^0(x,v) = \limsup_{\substack{y\to x \\ t\downarrow 0}} \frac{f(y + t\lambda v) - f(y)}{t}$$

$$= \lambda \limsup_{\substack{y\to x \\ t\downarrow 0}} \frac{f(y + t\lambda v) - f(y)}{t} = \lambda f^0(x,v).$$

$\Rightarrow$ hàm $f^0(x,.)$ thuần nhất dương.

Bây giờ ta kiểm tra tính dưới cộng tính:

$$f^0(x, v + \omega) = \limsup_{\substack{y\to x \\ t\downarrow 0}} \frac{f(y + tv + t\omega) - f(y)}{t}$$

$$\le \limsup_{\substack{y\to x \\ t\downarrow 0}} \frac{f(y + tv + t\omega) - f(y + tv)}{t} + \limsup_{\substack{y\to x \\ t\downarrow 0}} \frac{f(y + tv) - f(y)}{t}$$

$$= f^0(x,\omega) + f^0(x,v).$$

Bởi vì $y + tv \to x$ khi $y \to x$ và $t \downarrow 0$.

(ii) Lấy các dãy $\{x_i\}$ và $\{v_i\}$ hội tụ đến x và v tương ứng, với $\forall i, \exists y_i, \exists t_i > 0$ sao cho

$$\|y_i - x_i\| + t_i < \frac{1}{i},$$